SOLUCIONARIO
PRUEBA DE TRANSICIÓN
MATEMÁTICAS
UNAB MA01-3M-2020

1. **La alternativa correcta es E**

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{36 + 16 + 9}{144} = \frac{61}{144}$$

2. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 2}{\frac{3}{4} + \frac{5}{4} + 3} = \frac{\frac{1 + 2 + 12}{6}}{\frac{3 + 5 + 12}{4}} = \frac{\frac{15}{6}}{\frac{20}{4}} = \frac{15}{6} \cdot \frac{4}{20} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$

3. **La alternativa correcta es C**

$$4\frac{2}{3} + 5\frac{3}{5} = 9 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = 9 + \frac{10 + 9}{15}$$

$$9 + \frac{19}{15} = 9 + 1\frac{4}{15} = 9 + 1 + \frac{4}{15} = 10\frac{4}{15}$$

4. **La alternativa correcta es E**

I) $\sqrt{2 + 3 + 4} = \sqrt{9} = 3$. **Número racional**

II) $\dfrac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1$. **Número racional**

III) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{-4\sqrt{5}} = -\dfrac{1}{4}$. **Número racional**

5. **La alternativa correcta es E**

Total de alumnos = x

$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{10}x = \frac{3}{50}x$

No postularán = $x - \frac{3}{50}x = \frac{47}{50}x$

6. **La alternativa correcta es B**

1^{er} doblez : $3 \cdot 2^1$
2^{do} doblez : $3 \cdot 2^2$
.
.
.
30° doblez : $3 \cdot 2^{30}$

7. **La alternativa correcta es D**

I) **Verdadero**. $(\sqrt{2} + 1)^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$, es un número irracional.

II) **Falso**. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$, es un número racional.

III) **Verdadero**. $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$, es un número racional.

8. **La alternativa correcta es D**

I) **Verdadero**. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$

II) **Falso**. Si $t = 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$

III) **Verdadero**. Si $n = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2}$

9. **La alternativa correcta es E**

Si
$M = \sqrt{3125}$
$N = 125\sqrt{125}$

Entonces,
$M = \sqrt{3125} = \sqrt{25 \cdot 125} = 5\sqrt{125}$
$= 5\sqrt{25 \cdot 5}$
$= 5 \cdot 5\sqrt{5}$
$M = 25\sqrt{5}$

$N = 125\sqrt{125} = 125 \cdot \sqrt{25 \cdot 5} = 125 \cdot 5\sqrt{5}$
$N = 625\sqrt{5}$
$N = 625\sqrt{5}$ / :25
$\frac{N}{25} = 25\sqrt{5}$
$\frac{N}{25} = M$
0,04N = M

10. **La alternativa correcta es E**

Dado que a > b > 0,
$\log(a^3 - b^3) = \log[(a - b)(a^2 + ab + b^2)] = \log(a - b) + \log(a^2 + ab + b^2)$

11. **La alternativa correcta es E**

(1) **Insuficiente**.
(2) **Insuficiente**.
Con la información entregada en (1) y en (2) no es posible determinar el valor del televisor.

12. **La alternativa correcta es B**

$a + b = 5$ $/()^2$
$a^2 + 2ab + b^2 = 25$
$a^2 + b^2 = 25 - 2ab$
$\mathbf{= 25 - 4 = 21}$

13. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{2}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{16}{x^2-9}$$

$$\frac{2(x+3)-4(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{16}{(x+3)(x-3)}$$

$2x + 6 - 4x + 12 = 16$

$2 = 2x \Rightarrow$ **$x = 1$**

14. **La alternativa correcta es C**

Dada $f(t) = -\frac{t^2}{2} + 2t$, $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = 0$

El máximo se encuentra en $\frac{4ac - b^2}{4a}$,

luego, máx = $\dfrac{4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (0) - (2)^2}{4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-4}{-2}$ **$= 2$**

15. **La alternativa correcta es B**

$$\begin{array}{l|l} x + y = 1 & \\ x - y = 1 & (+) \\ \hline \end{array}$$

$2x = 2$ $\quad$ $x + y = 1$

$x = 1$ $\quad$ $1 + y = 1$

$y = 0$

Entonces, $\frac{y}{3} = \frac{0}{3}$ **$= 0$**

16. **La alternativa correcta es C**

Para x niños: $\dfrac{400}{x}$ caramelos para cada uno

Para (x – 4) niños: $\dfrac{400}{x-4}$ caramelos para cada uno

$\dfrac{400}{x-4} = \dfrac{400}{x} + 5$ / : 5

$\dfrac{80}{x-4} = \dfrac{80}{x} + 1$

$\dfrac{80}{x-4} = \dfrac{80+x}{x}$

$80x = (80 + x)(x - 4)$

$80x = 80x - 320 + x^2 - 4x$

$0 = x^2 - 4x - 320$

$0 = (x - 20)(x + 16)$

Por lo tanto, $\mathbf{x = 20}$ o $x = -16$

Como x debe ser un valor positivo, se tiene x = 20.

17. **La alternativa correcta es E**

Si **a = 6** y **b = 4**

$\dfrac{a^2}{b} = \dfrac{36}{4} = 9$ y $\dfrac{b}{a} = \dfrac{4}{6}$

18. **La alternativa correcta es D**

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

$\dfrac{T}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{L}{g}}$ / $()^2$

$\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2 = \dfrac{L}{g}$

$\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g = L$

19. **La alternativa correcta es A**

$$\frac{x - 2}{3} - x \geq 1 - \frac{x + 1}{6} \quad / \, 6$$
$$2(x - 2) - 6x \geq 6 - (x + 1)$$
$$2x - 4 - 6x \geq 6 - x - 1$$
$$-9 \geq 3x$$
$$-3 \geq x$$

Luego, $x = -3$ es parte de la solución.

20. **La alternativa correcta es D**

Si $T_A = T_B$

Entonces,
$$7 + 0{,}5h = 9 + 0{,}25h$$
$$0{,}25h = 2$$
$$h = \frac{2}{0{,}25} = 8$$

Luego, $T_A = 7 + 0{,}5 \cdot 8 = 7 + 4 = 11°$

21. **La alternativa correcta es D**

$$(2x)^2 - (3y)^2 + 3(x^2 + y^2 + 2xy)$$
$$4x^2 - 9y^2 + 3x^2 + 3y^2 + 6xy$$
$$7x^2 - 6y^2 + 6xy$$

22. **La alternativa correcta es E**

$$x(x^3 - x^2 + x - 1)$$
$$x[x^2(x - 1) + (x - 1)]$$
$$x(x - 1)(x^2 + 1)$$
Luego, sus factores son 1, x, $(x - 1)$, $(x^2 + 1)$ y NO es factor $x^2 - 1$.

23. **La alternativa correcta es A**

$$\begin{array}{l} x + y = 7 \\ x - y = -3 \end{array}$$

$$x = \frac{7 - 3}{2} = 2$$

$$y = \frac{7 + 3}{2} = 5$$

24. **La alternativa correcta es D**

$$a^{x+4} = a^{x+2} \cdot a^2 = 12$$
$$4 \cdot a^2 = 12$$
$$a^2 = 3 \quad /()^3$$
$$a^6 = 3^3 = 27$$

25. **La alternativa correcta es E**

Sea **x** la distancia que hay desde la casa al colegio.

Como 3,75 minutos = $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ minutos y como 1 hora = 60 minutos, entonces $\frac{15}{4}$ minutos equivalen a $\frac{1}{16}$ de hora.

Desde la casa al colegio, Andrea caminando se demora $\frac{x}{4}$h y corriendo se demora $\frac{x}{6}$h.

Entonces, $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{3}{4} = 0{,}75$ km.

26. **La alternativa correcta es D**

1 $p + q = 3$

2 $pr + q = 18$

3 $qr + p = 6$

Sumando 2 con 3: $pr + qr + q + p = 24$

$$r(p + q) + (p + q) = 24$$
$$(p + q)(r + 1) = 24$$
$$3(r + 1) = 24$$
$$r + 1 = 8 \Rightarrow r = 7$$
$$\therefore r^{-1} = \frac{1}{7}$$

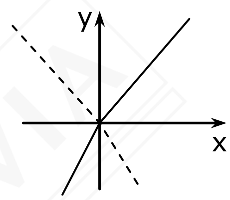
27. **La alternativa correcta es A**

$f(16) = f(2 \cdot 8) = 2f(8) = 2 \cdot f(2 \cdot 4)$ (Como $f(2x) = 2 \cdot f(x)$)

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot 2f(4) = 4 \cdot f(2 \cdot 2) \\ &= 4 \cdot 2f(2) \\ &= 8f(2) \\ &= 8 \cdot 6 \\ &= \mathbf{48} \end{aligned}$$

28. **La alternativa correcta es A**

La gráfica de f(-x) es la reflexión de f(x) con respecto al eje y.



29. **La alternativa correcta es E**

Los puntos (2, m); (4, 10) y (6, n) pertenecen a la misma recta, luego deben tener la misma pendiente

$$\frac{10 - m}{4 - 2} = \frac{n - 10}{6 - 4}$$

$$\frac{10 - m}{2} = \frac{n - 10}{2}$$

$$10 - m = n - 10$$

$$\mathbf{20 = n + m}$$

30. **La alternativa correcta es D**

Usando las definiciones de f y g, la ecuación pedida es equivalente a $\frac{t - 1}{6} = \frac{1}{t - 2} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} (t - 1)(t - 2) = 6 \quad &\Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \\ &\Rightarrow (t - 4)(t + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \mathbf{t = 4\ ;\ t = -1} \end{aligned}$$

31. **La alternativa correcta es C**

$$2x - 3 = \mu \Rightarrow x = \frac{\mu + 3}{2}$$

$$f(\mu) = 4\,\frac{(\mu + 3)}{2} - 2 = 2(\mu + 3) - 2 = 2\mu + 6 - 2 = 2\mu + 4$$

$$\mathbf{f(x) = 2x + 4}$$

32. **La alternativa correcta es B**

Reemplazando los valores de x en las fórmulas se establece que la alternativa correcta es la B, ya que $f(x) = x^2 - 6$ determina,

$f(0) = 0^2 - 6 = -6$
$f(1) = 1^2 - 6 = -5$
$f(2) = 2^2 - 6 = -2$
$f(3) = 3^2 - 6 = 3$

33. **La alternativa correcta es D**

$y = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow y = (x + 1)^2 - 4$

Entonces, la parábola se desplaza una unidad hacia la izquierda y 4 unidades hacia abajo.

34. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{2x}{x+1} = -\frac{8}{x-3} \quad \Rightarrow 2x^2 - 6x = -8x - 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 8 = 0 \ / \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 4 = 0$$

Como $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, entonces $\alpha + \beta = -\frac{1}{1}$ **= -1**

35. **La alternativa correcta es E**

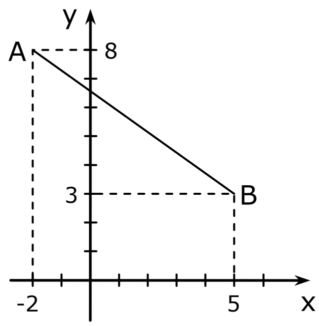
Se requiere información adicional, ya que con las informaciones (1) y (2), a y b pueden tomar 2 valores cada una, estos valores son $a = \pm 2$ y $b = \pm 3$.

36. **La alternativa correcta es E**

Se deben ponderar y restar los vectores representados en el plano cartesiano de la figura adjunta.

De la figura se tiene que el vector $\vec{t} = (-2 , 5)$ y el vector $\vec{s} = (3 , 4)$
Luego:
$3(-2 , 5) - 2(3 , 4) = (-6 , 15) - (6 , 8) = (-12 , 7)$

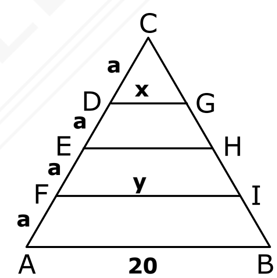
37. **La alternativa correcta es B**



Si un punto de coordenadas (x, y) se rota en 90° en torno al origen, las nuevas coordenadas son (-y, x), entonces A(-2, 8) y B(5, 3) quedarían en **A'(-8, -2) y B'(-3, 5).**

38. **La alternativa correcta es D**

Aplicando Teorema de Thales se tiene

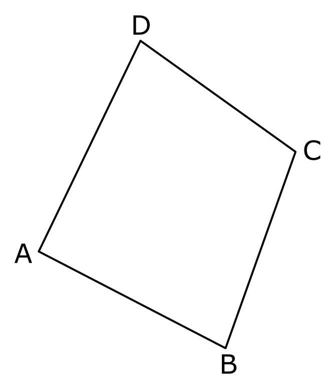


$\frac{a}{x} = \frac{4a}{20} \Rightarrow x = \frac{20a}{4a} \Rightarrow x = 5$

$\frac{3a}{y} = \frac{4a}{20} \Rightarrow y = \frac{60a}{4a} \Rightarrow y = 15$

Por lo tanto, 5 + 15 = 20

39. **La alternativa correcta es C**

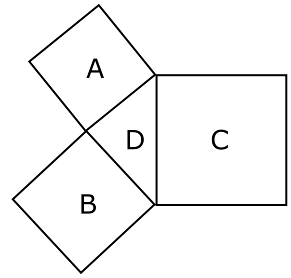


I) **Falso**. El trapecio isósceles no tiene centro de simetría

II) **Falso**. El romboide no tiene ejes de simetría

III) **Verdadero**. El rombo tiene centro de simetría y dos ejes de simetría, siendo el rombo el único que cumple ambas condiciones.

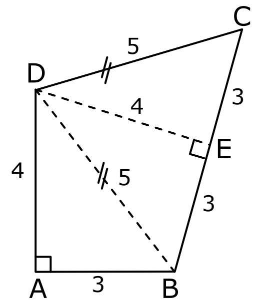
40. **La alternativa correcta es C**



Si el lado de C es x, entonces
$x^2 = 16 + 48 \Rightarrow x^2$ **= 64** y
x^2 = **área de cuadrado C.**

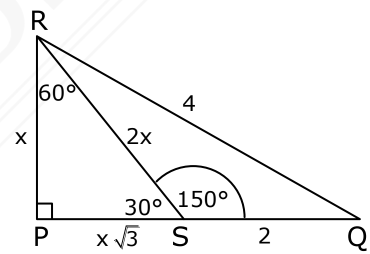
41. **La alternativa correcta es E**

De acuerdo a la siguiente figura:



Al trazar $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ y $\overline{DB}$ se tienen 3 triángulos rectángulos congruentes de catetos 3 y 4 e hipotenusa 5.

42. **La alternativa correcta es B**

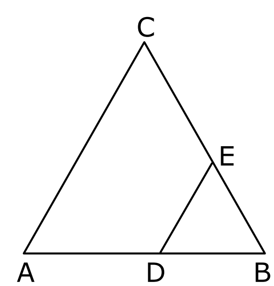


ΔPSR es notable (30° - 60° - 90°)
Entonces, si PR = x, entonces RS = 2x y PS = x$\sqrt{3}$
Aplicando Teorema de Pitágoras en el ΔPQR
$4^2 = x^2 + (2 + x\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 + x\sqrt{3} - 3 = 0$

Resolviendo la ecuación se obtiene $x = \dfrac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{2}$ (x debe ser > 0)

43. **La alternativa correcta es A**

Aplicando Teorema de Thales, se tiene que



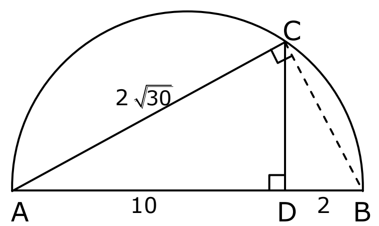
I) **Verdadero.** $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{CE}{EB} \Rightarrow \dfrac{2}{1} = \dfrac{5}{x} \Rightarrow$ **EB = 2,5**

II) **Falso.** $\dfrac{AC}{DE} = \dfrac{3}{1}$, pero no se tiene el valor de AC, luego no se puede determinar DE.

III) **Falso.** $\dfrac{AB}{DB} = \dfrac{3}{1}$, pero no se tiene el valor de AB, luego no se puede determinar DE.

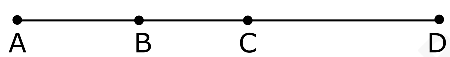
44. **La alternativa correcta es D**

Observando la figura (aplicando T. de Euclides)



$$(\overline{AC})^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AB}$$
$$= 10 \cdot 12$$
$$\overline{AC} = \sqrt{120} = \sqrt{4 \cdot 30} = \mathbf{2\sqrt{30}}$$

45. **La alternativa correcta es E**



Se hace AB = k, BD = 4k, BC = k y CD = 3k.
Luego, **CD : AD = 3 : 5**

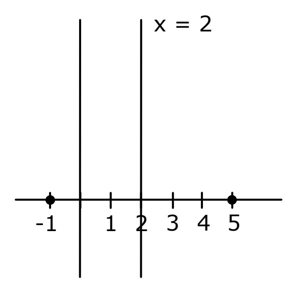
46. **La alternativa correcta es E**

Aplicando propiedades se determina que las tres proposiciones son **verdaderas**.

47. **La alternativa correcta es D**

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 1 \quad /20$$
$$4x - 5y = 20$$
$$4x - 20 = 5y$$
$$\frac{4}{5}x - 4 = y$$
$$m = \frac{4}{5}$$

48. **La alternativa correcta es A**



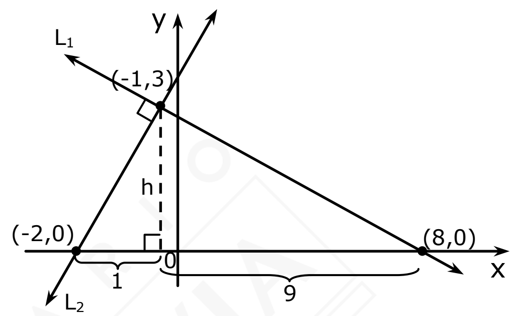
Ecuación de la simetral del trazo que tiene por extremos los puntos (-1, 0) y (5, 0)
Luego, **x = 2**

49. **La alternativa correcta es C**

Trazando la perpendicular desde el punto de intersección de las rectas al eje x, está pasa a ser la altura h del triángulo rectángulo, cuya hipotenusa tiene por extremos los puntos (-2, 0) y (8, 0).

Aplicando T. de Euclides, $h^2 = 1 \cdot 9 \Rightarrow h = 3$

Luego, la pendiente de L_1 es $\dfrac{3 - 0}{-1 - 8} = \dfrac{3}{-9} = \mathbf{\dfrac{-1}{3}}$



50. **La alternativa correcta es E**

I) ΔDEC ~ ΔBAC (A – A)
II) ΔCBA ~ ΔEBD (A – A)
III) ΔABC ~ ΔEDF (LLL)

51. **La alternativa correcta es A**

(1) **Suficiente**.
La diagonal del rombo lo divide en dos triángulos congruentes.

(2) **Insuficiente**.
Solo tienen un ángulo congruente y un lado común.

52. **La alternativa correcta es D**

121, 121, 123, 127, 128, 133

Mediana = $\dfrac{123 + 127}{2} = 125$

Media = $\dfrac{121 + 121 + 123 + 127 + 128 + 133}{6} = 125{,}5$

Moda = 121

Entonces, 121 < 125 < 125,5
Luego, moda < mediana < media

53. **La alternativa correcta es A**

$$\binom{20}{2} = \frac{20!}{18! \cdot 2!} = \frac{19 \cdot 20}{2} = 19 \cdot 10 \mathbf{= 190}$$

54. **La alternativa correcta es E**

Como las variables son cualitativas, la única medida de tendencia central que se puede determinar es la moda, que en este caso es el artista R.

55. **La alternativa correcta es D**

$$\bar{x} = \frac{5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^{15}}{5} = \frac{5(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^{14})}{5} = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^{14}$$

56. **La alternativa correcta es E**

Ordenando los datos
5, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 11, 12

I) **Verdadero**. Por propiedad
II) **Verdadero**. Rango 12 – 5 = 7
Moda = 9
III) **Verdadero**. 2° cuartil = 9

57**. La alternativa correcta es D**

	frecuencia	
$[a_1, a_2[$	2k	40
$[a_2, a_3[$	4k	80
$[a_3, a_4[$	6k	120
$[a_4, a_5[$	3k	60
$[a_5, a_6[$	2k	40

2k + 4k + 6k + 3k + 2k = 340
17k = 340
k = 20

Entonces en $[a_3, a_5[$ hay **180.**

58. **La alternativa correcta es E**

La alternativa E es la correcta, ya que es la única en que se considera el 2% de error.

Programa	A	B	C	Ningún
%	20%	40%	36%	4%
Cantidad	100	200	180	20
Margen de error		$\pm$ 10		

59. **La alternativa correcta es C**

Suponiendo que A y B manejan
Cuando maneja A sobran 5 asientos para 3 personas, cuando maneja B sobran 5 asientos para 3 personas.

Luego, total = $V_3^5 + V_3^5$ = 60 + 60 **= 120**

60. **La alternativa correcta es E**

Estableciendo una tabla de doble entrada

	Chilenos	Extranjeros
Hombres	40	60
Mujeres	50	20
	90	80

$\Rightarrow$ P(chileno) = $\frac{90}{170} = \frac{9}{17}$

61. **La alternativa correcta es E**

Como A y B son sucesos independientes,

Entonces, P(A y B) = $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}8$ **= 0,16**

62. **La alternativa correcta es E**

Utilizando ΔPascal

$1c^4$ $4c^3s$ $6c^2s^2$ $4cs^3$ $1s^4$

P(max 3 caras) = $\frac{15}{16}$

63. **La alternativa correcta es D**

P(N° primo) = {2, 3, 5} = $\frac{3}{6}$

P(sello) = $\frac{1}{2}$

Probabilidad pedida = $\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ = 0,25

64. **La alternativa correcta es E**

Total: 120: 55 hombres
120 – 55 = 65 mujeres
65 – 12 = 53 mujeres solteras
71 personas solteras $\Rightarrow$ 71 – 53 = 18 hombres solteros, por lo tanto 37 serían hombres casados.

Probabilidad pedida = $\frac{37}{120}$

65. **La alternativa correcta es D**

(1) **Suficiente**.
Si k! = 6 $\Rightarrow$ k = 3 y n = 4

(1) **Suficiente**.
Si n! = 24 $\Rightarrow$ n = 4 y k = 3