

SOLUCIONARIO PRUEBA DE TRANSICIÓN MATEMÁTICAS UNAB MA02-4M-2020

1. La alternativa correcta es C

$$\frac{3}{4} - \left[-\frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{4} \right) - \left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4} \right) \right] + \frac{3}{4} =$$
$$\frac{3}{4} - \left[0 + \frac{6}{4} \right] + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} - \frac{6}{4} = 0$$

2. La alternativa correcta es E

Sea x la cantidad de papas que hay en el saco

Podridas: $\frac{1}{25}x$

$$\text{Entonces: } \frac{1}{20} \cdot \left(x - \frac{1}{25}x \right) = 18$$

$$\frac{1}{20} \cdot \left(\frac{24}{25}x \right) = 18$$

$$\Rightarrow x = \frac{18 \cdot 25 \cdot 20}{24} = 375$$

3. La alternativa correcta es D

- I) **Falso.** ya que $\frac{7}{9} = 0,\bar{7}$ y $\frac{4}{5} = 0,8$
- II) **Verdadero.** $\frac{4}{5} < \frac{9}{11}$, ya que $4 \cdot 11 < 9 \cdot 5$
- III) **Verdadero.** $\frac{4}{5} < \frac{17}{20}$, ya que $4 \cdot 20 < 5 \cdot 17$

4. **La alternativa correcta es B**

$$\begin{aligned}
 2,005 \cdot 10 \cdot 200,5 \cdot 10^{-3} &= 2,005 \cdot 200,5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2,005 \cdot 200,5 \cdot 10^{-2} \\
 &= 2,005 \cdot \underbrace{200,5}_{2,005} \\
 &= (2,005)^2
 \end{aligned}$$

5. **La alternativa correcta es A**

$$\begin{aligned}
 \text{I)} \quad -\frac{3}{4} \cdot \frac{0}{3} &= 0. \quad \text{Es número } \mathbf{racional} \\
 \text{II)} \quad \frac{3}{\pi} \cdot \frac{4}{\pi} &= \frac{12}{\pi^2}. \quad \text{Es número irracional} \\
 \text{III)} \quad \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= \frac{4}{3}\sqrt{3}. \text{ Es número irracional}
 \end{aligned}$$

6. **La alternativa correcta es E**

$$\frac{a}{b^{-1}} = ab$$

$$a = 3^k \quad y \quad b = 3^m, \text{ entonces } ab = 3^{k+m} = 3^4 = 81$$

7. **La alternativa correcta es A**

$$\log_7 \sqrt[3]{49} = \log_7 \sqrt[3]{7^2} = \log_7 7^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \log_7 7 = \frac{2}{3}$$

8. **La alternativa correcta es E**

$$(\sqrt{3})^m - 27^n = 0$$

$$3^{\frac{1}{2}m} - 3^{3n} \Rightarrow 3^{\frac{m}{2}} = 3^{3n}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} = 3n$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = 3 \cdot 2 = 6$$

9. **La alternativa correcta es D**

- I) **Verdadero.** Si a es par, para que \sqrt{c} sea número entero, (a + b) debe ser par, luego b es par.
- II) **Verdadero.** Si a es impar, para que \sqrt{c} sea número entero, (a + b) debe ser par, luego b es impar.
- III) **Falso.** Por (I) b debe ser par.

10. **La alternativa correcta es B**

- I) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = 1$, **racional**
- II) $\frac{3\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}$, **irracional**
- III) $\sqrt{2}(2\sqrt{2} - \sqrt{8}) = 0$, **racional**

11. **La alternativa correcta es A**

(1) **Suficiente.**

Si a y b son negativos $\frac{a}{b}$ es positivo, luego $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ es real.

(2) **Insuficiente.**

Si $n = 3$, $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ no está definida si $b = 0$.

12. **La alternativa correcta es D**

Se debe cumplir que

$$(n + 3) - (n + 1) < x < (n + 3) + (n + 1)$$

$$2 < x < 2n + 4$$

13. **La alternativa correcta es A**

$$\frac{5 - \frac{1}{w}}{w^{-1}} = \left(5 - \frac{1}{w}\right) \cdot w = 5w - 1$$

14. La alternativa correcta es C

La expresión $\frac{(x + y)^2 - 2x - 2y}{-x - y}$

Puede ser escrita como $\frac{(x + y)(x + y) - 2(x + y)}{-(x + y)} = \frac{(x + y) - 2}{-1}$

Si $-x - y = 0$, entonces $-(x + y) = 2$

Se multiplica por -1 y resulta $(x + y) = -2$

Al reemplazar en la expresión simplificada

$$\frac{(x + y) - 2}{-1} = \frac{-2 - 2}{-1} = \frac{-4}{-1} = 4$$

15. La alternativa correcta es B

$$\text{Si } AB = \frac{3}{5} \Rightarrow 5B = \frac{3}{A}$$

16. La alternativa correcta es D

$$\text{De } x^2 + 3 = 4x$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 1$$

Reemplazando se tiene que $(x - 2)^2 = 1$, en ambos casos.

17. La alternativa correcta es B

$$\begin{array}{l} (1) \ 3x - 4y = 8 \quad | \ / \cdot 3 \\ (2) \ 5x + 3y = 23 \quad | \ / \cdot 4 \end{array}$$

$$9x - 12y = 24$$

$$20x + 12y = 92$$

$$29x = 116$$

$$x = \frac{116}{29} = 4, \text{ reemplazando en (1)}$$

$$3 \cdot 4 - 4y = 8$$

$$4 = 4y$$

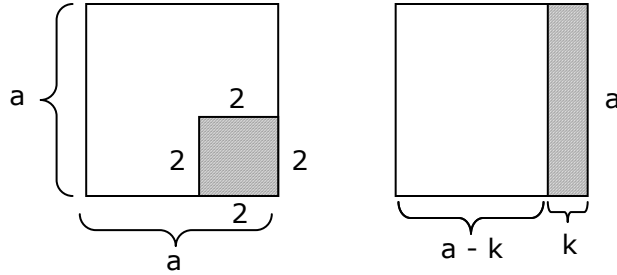
$$1 = y$$

Por lo tanto, $x + y = 4 + 1 = 5$

18. La alternativa correcta es D

$$a^2 - 4 = a(a - k)$$

$$a^2 - 4 = a^2 - ak \Rightarrow k = \frac{4}{a}$$



19. La alternativa correcta es A

$$w = x - y + |x - y|, (|x - y| = y - x, \text{ dado que } x < y)$$

$$w = x - y + y - x$$

$$w = 0$$

20. La alternativa correcta es B

Si $x = n^\circ$ de automóviles e $y =$ costo total, entonces:

$$(1) 9x = y - 12$$

$$(2) 11x = y + 4$$

Restando (2) - (1) se tiene:

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

21. La alternativa correcta es B

$$m + n = 3 \quad \text{y} \quad m^2 + n^2 = 8$$

$$m + n = 3 \quad / \quad ()^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 = 9$$

$$2mn = 9 - 8$$

$$mn = \frac{1}{2}$$

22. La alternativa correcta es D

$$a \otimes b = 3a^b$$

$$4 \otimes x = 3 \cdot 4^x, \text{ entonces}$$

$$\cancel{4} \cdot 4^x = \frac{\cancel{3}}{16}$$

$$4^x = 4^{-2}$$

$$x = -2$$

23. La alternativa correcta es B

$$\begin{aligned}
 [A - A^{-1} \cdot B] \cdot A^{-1} &= \left(A - \frac{B}{A} \right) \cdot \frac{1}{A} \\
 &= 1 - \frac{B}{A^2} \\
 &= 1 - \frac{\frac{1}{1}}{4a^2} \\
 &= 1 - \frac{4a}{3}
 \end{aligned}$$

24. La alternativa correcta es B

$$y = 0,5x^2 + x + 2,5$$

vértice $(x_v, f(x_v))$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{1} = -1$$

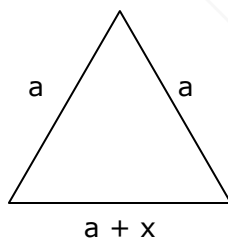
$$f(x_v) = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + (-1) + \frac{5}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - 1 + \frac{5}{2}$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

\Rightarrow vértice $(-1, 2)$

25. La alternativa correcta es C



Entonces,

$$3a + x = 60$$

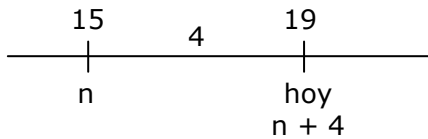
$$3a = 60 - x$$

$$a = 20 - \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow \text{base } a + x = 20 - \frac{x}{3} + x$$

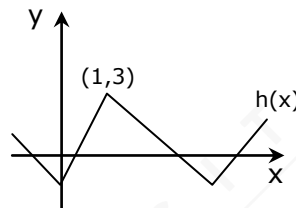
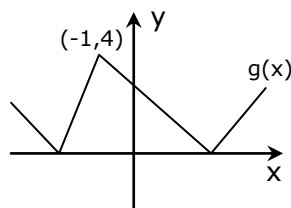
$$\text{Base} = 20 + \frac{2}{3}x$$

26. La alternativa correcta es E



Entonces, la suma es: $n + 4 + 19 = 23 + n$

27. La alternativa correcta es E



La gráfica de $h(x)$ es la gráfica de $g(x)$ trasladada 2 unidades hacia la derecha y una unidad hacia abajo, por lo tanto, $a = -2$ y $b = -1$ y $a + b = -3$.

28. La alternativa correcta es C

$$\begin{aligned} \text{Como } f(2x) &= 2x^2 + x - 1 \Rightarrow f\left(2 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)\right) = 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right) - 1 \\ &= 2 \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 1 \\ &= \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 1$

29. La alternativa correcta es A

Basta con ver que

$$\begin{aligned} h(-1) &= -(-1)^2 + 1 = 0 \\ h(0) &= (0)^2 + 1 = 1 \\ h(1) &= -(1)^2 + 1 = 0 \\ h(3) &= -(3)^2 + 1 = -8 \end{aligned}$$

x	h(x)
-1	0
0	1
1	0
3	-8

Por lo tanto, $h(x) = -x^2 + 1$ es la función

30. La alternativa correcta es D

$$m = \frac{0 - 4}{6 - -3} = \frac{-4}{9}$$

$$y - 0 = -\frac{4}{9}(x - 6)$$

$$y = -\frac{4}{9}(x - 6)$$

$$x = -\frac{4}{9}(y - 6) \Rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{24 - 9x}{4}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{24 - 18}{4} = \frac{3}{2}$$

31. La alternativa correcta es A

$$f(x) = \begin{cases} 10, & \text{si } x = 10 \\ 20, & \text{si } x \neq 10 \end{cases}$$

$$f(10) = 10 \text{ y } f(-10) = 20$$

$$\text{Por lo tanto, } f(10) - f(-10) = 10 - 20 = -10$$

32. La alternativa correcta es E

La intersección de $f(x)$ con el eje y , se obtiene evaluando $f(0)$

$$f(0) = \frac{3 \cdot 0 + 1}{5} = \frac{1}{5}$$

33. La alternativa correcta es A

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1 \text{ y } f(1) = 1 - 2 = -1$$

$$h = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{h} \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

$$h^{-1}(-1) = \frac{1}{-1} = -1$$

34. La alternativa correcta es E

$$\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{x^2 + 4x - 5}{2 - x - x^2} = \frac{x^2 + 4x - 5}{-(x^2 + x - 2)} = \frac{(x + 5)(x - 1)}{-1(x + 2)(x - 1)}$$

Luego, el dominio son $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$

35. La alternativa correcta es A

(1) **Suficiente.**

Se determina que $k = -5$.

Pues por propiedad de las raíces $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 8 \Rightarrow 3 - k = 8 \Rightarrow k = -5$

(2) **Insuficiente.**

$-\frac{b}{a} = -\frac{-1}{1} = 1$, es información que se puede obtener del enunciado.

36. La alternativa correcta es D

$$(-2, 6) + (2, -2) = (0, 4) = Q$$

$$PM = \left(\frac{-2 + 0}{2}, \frac{6 + 4}{2}\right) = (-1, 5)$$

37. La alternativa correcta es A

El punto medio de \overline{AB} tiene coordenadas (4, 4)

Por lo tanto, el centro de gravedad tiene abscisa 4, después de una rotación de 180° del $\triangle ABC$ en torno al centro de gravedad, éste y el vértice C siguen teniendo abscisa 4.

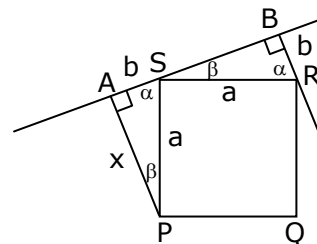
38. La alternativa correcta es E

Como $\alpha + \beta + 90 = 180$

$$\alpha + \beta = 90$$

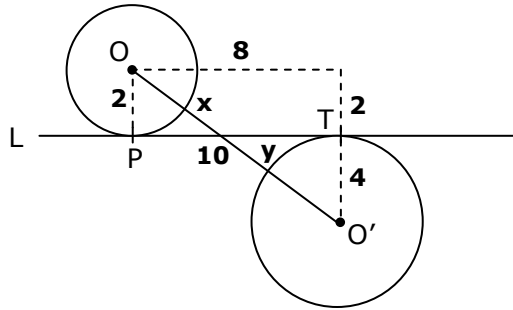
Entonces, $\angle APS = \beta$ y $\angle BRS = \alpha$

Luego, $\triangle SRB \cong \triangle PSA$ por A-L-A



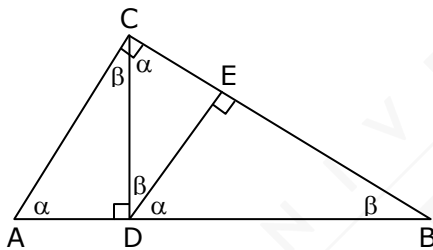
En el $\triangle SRB$, $RB = b$ y $SR = a$, por teorema de Pitágoras $SB = \sqrt{a^2 - b^2}$

39. La alternativa correcta es D



Formando un triángulo rectángulo de hipotenusa $OO' = 10$ y cateto $OP + TO' = 2 + 4 = 6$ y aplicando el Teorema de Pitágoras se determina que $PT = 8$ cm.

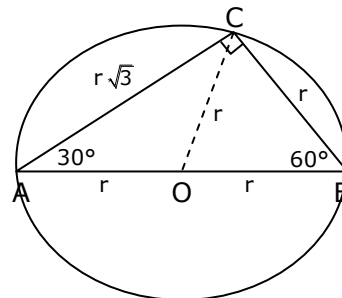
40. La alternativa correcta es B



- I) **Verdadero.** Teorema de Euclides. $CD^2 = CE \cdot CB$
 II) **Verdadero.** $\triangle DBE \sim \triangle ACD$, por A-A
 III) **Falso.** $\angle ACD = \beta$ y $\angle EDB = \alpha$

41. La alternativa correcta es A

Si $\overline{BC} = \overline{OB} = \overline{OC} = r$, entonces $\triangle OBC$ es equilátero y $\triangle ABC$ es triángulo notable de ángulos $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$



$$\text{Perímetro } \triangle ABC = 2r + r + r\sqrt{3} = 3r + r\sqrt{3} = 6$$

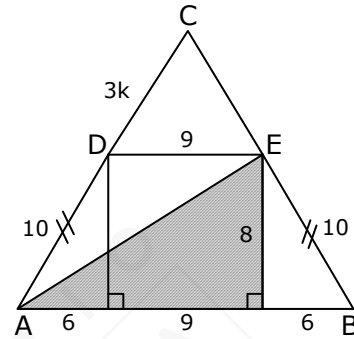
$$\Rightarrow r = \frac{6}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6}{3 + \sqrt{3}} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{6} = 3 - \sqrt{3}$$

42. La alternativa correcta es E

Haciendo $CD = 3k$, $CA = 7k$ y aplicando el T. de Thales, se tiene:

$$\frac{3k}{9} = \frac{7k}{AB} \Rightarrow AB = 21$$

A continuación, se trabaja con el trapezio ABED
Aplicando el Teorema de Pitágoras en el triángulo achurado se determina que $AE = 17$

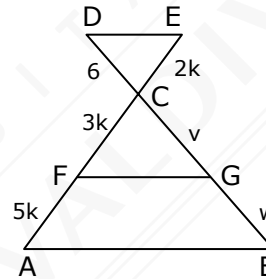


43. La alternativa correcta es D

$$\frac{6}{v} = \frac{2k}{3k} \Rightarrow v = 9$$

$$\frac{3k}{5k} = \frac{v}{w} \Rightarrow w = 15$$

$$w - v = 15 - 9 = 6$$



44. La alternativa correcta es E

La reflexión de $f(x) = -2x + 5$ con respecto al eje y es $f(-x) = -2(-x) + 5 = 2x + 5$

45. La alternativa correcta es E

Se sabe que si dos triángulos son semejantes, entonces sus áreas están en razón igual al cuadrado de la razón de semejanza.

$$\text{Luego, } \left(\frac{3}{21}\right)^2 = \frac{1}{49}$$

Entonces podemos establecer la siguiente proporción $\frac{1}{49} = \frac{6}{x}$ de donde $x = 294$

Luego el área del triángulo rectángulo es 294 cm^2

46. La alternativa correcta es A

$P(-1, 2)$; $Q(1, -4)$; $R(8, 5)$

$$\left. \begin{aligned} m_{PQ} &= \frac{2 - (-4)}{-1 - 1} = -3 \\ m_{QR} &= \frac{5 - (-4)}{8 - 1} = \frac{9}{7} \\ m_{PR} &= \frac{5 - 2}{8 - (-1)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} -3 \cdot \frac{9}{7} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{9}{7}$$

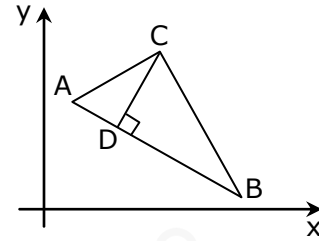
47. La alternativa correcta es C

$$A(2, 3) ; B(6, 1) ; C(4, 6)$$

$$\text{Pendiente de } \overline{AB} = \frac{1 - 3}{6 - 2} = -\frac{1}{2}$$

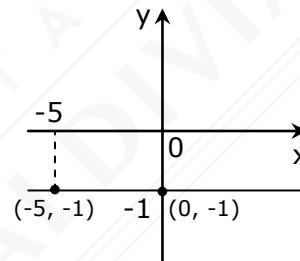
$$\text{Pendiente de } \overline{CD} = 2$$

$$y - 6 = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 2$$



48. La alternativa correcta es B

La recta que cumple dicha condición es la recta que pasa por el punto $(-5, -1)$, cuya pendiente es 0 y corresponde a una paralela al eje x por dicho punto. Esta recta contiene a todos los puntos del plano que tienen ordenada -1 , por lo tanto, el punto buscado es $(0, -1)$.



49. La alternativa correcta es D

La pendiente entre $(0, 2)$ y $(k, 14)$ debe ser igual a la pendiente entre $(0, 2)$ y $(k + 2, 17)$.

$$\frac{12}{k} = \frac{15}{k + 2} \Rightarrow k = 8$$

La pendiente entre $(8, 14)$ y $(16, n)$ debe ser $\frac{3}{2}$.

$$\frac{n - 14}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 26$$

50. La alternativa correcta es D

La ecuación $3x + 2y - 7 = 0$, se encuentra en la forma general $Ax + By + C = 0$, esta se reescribe en la forma principal, despejando la variable y por lo que resulta como:

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}, \text{ de esto se obtiene la pendiente } m = -\frac{3}{2} \text{ y el intercepto } n = \frac{7}{2}.$$

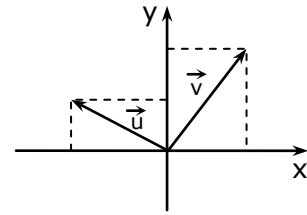
51. La alternativa correcta es E

(1) **Insuficiente.**

Se desconocen las coordenadas de las coordenadas \vec{u} y \vec{v} .

(2) **Insuficiente.**

No se puede determinar.



(1) y (2) son insuficientes, dado que **no** se puede determinar las coordenadas \vec{u} y \vec{v} , para poder tener \vec{w} .

52. La alternativa correcta es B

- I) **Verdadero.** $\bar{x} = \frac{k + 1 + k + 2 + 2k + 3 + 4k - 2}{4} = \frac{8k + 4}{4} = 2k + 1$
- II) **Verdadero.** Mediana = $\frac{k + 2 + 2k + 3}{2} = \frac{3k + 5}{2} = 1,5k + 2,5$
- III) **Falso.** Rango = $4k - 2 - (k + 1) = 3k - 3$

53. La alternativa correcta es C

Del gráfico de la figura

$$m_{\overline{AP}} = \frac{5}{5} = 1$$

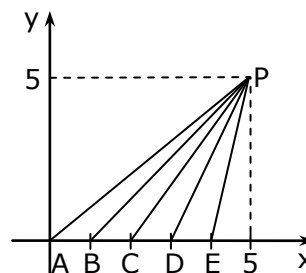
$$m_{\overline{BP}} = \frac{5}{4}$$

$$m_{\overline{CP}} = \frac{5}{3}$$

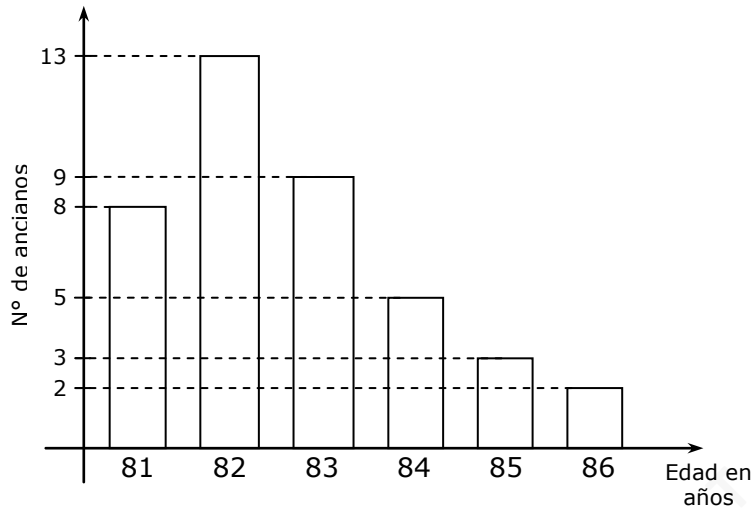
$$m_{\overline{DP}} = \frac{5}{2}$$

$$m_{\overline{EP}} = \frac{5}{1}$$

Luego, la mediana es $\frac{5}{3}$



54. La alternativa correcta es E



- A) **Verdadero.** La mayor frecuencia (13) se encuentra para la edad de 82 años, por tanto la moda es 82.
- B) **Verdadero.** El grupo tiene 40 personas, hay 5 personas de 84 años, es decir, la octava parte del grupo.
- C) **Verdadero.** Hay 3 ancianos con 85 años y 2 ancianos con 86 años.
- D) **Verdadero.** Hay 8 personas de un grupo de 40 que tienen 81 años.
- E) **Falso.** El grupo tiene una sola moda, que es 82 años.

55. La alternativa correcta es A

Sea M el número de formas que se pueden sentar 7 personas en un círculo, y N el número de formas en que dos personas (A y B), entre 7 personas, se pueden sentar juntas, entonces el número de formas en que se pueden sentar siete personas alrededor de un círculo sin que dos de ellas estén juntas es: $M - N$.

Entonces, $M = P_7 = (7 - 1)! = 720$

Y $N = 2P_6 = 2 \cdot 5! = 2 \cdot 120 = 240$, ya que AB se considera un elemento y además, estas dos personas (A y B) pueden permutarse de 2 formas.

Por lo tanto, $M - N = 720 - 240 = 480$

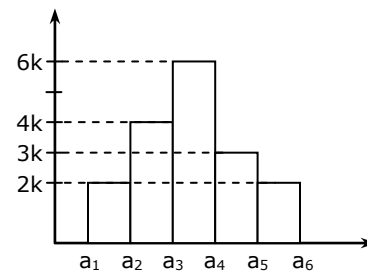
56. La alternativa correcta es B

$$2k + 4k + 6k + 3k + 2k = 17k = 340$$

Por lo tanto, $k = 20$

Por lo tanto, en $[a_3, a_5[$ hay:

$$6k + 3k = 9k = 9 \cdot 20 = 180 \text{ observaciones}$$



57. La alternativa correcta es C

P O R T A L

$$5! = 120$$

58. La alternativa correcta es D

Se trata de una variación, luego se aplica la fórmula $\frac{N!}{(N-r)!}$.

Reemplazando en la fórmula, se tiene $\frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$

59. La alternativa correcta es E

El total de datos es 120, sumando las frecuencias.

- I) **Verdadero.** El segundo cuartil equivale al 50% de los datos, y en la frecuencia acumulada corresponde al intervalo $[50,60[$ que es 63, porque acumula la mitad del total (60).
- II) **Verdadero.** El percentil 60, es decir el 60% de los datos (72), y en la frecuencia acumulada, se encuentra en el cuarto intervalo $[60, 70[$ que efectivamente es el de menor frecuencia.
- III) **Verdadero.** $18 = \frac{x}{100} \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 100}{120} = 15\%$.

Intervalo	Frecuencia	F. acumulada
$[30,40[$	20	20
$[40,50[$	18	38
$[50,60[$	25	63
$[60,70[$	14	77
$[70,80[$	21	98
$[80,90[$	22	120

60. La alternativa correcta es A

$$P(A \text{ y } A) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{22}$$

61. La alternativa correcta es E

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,54 = 0,32 + P(B) - 0,08$$

$$0,3 = P(B)$$

- I) **Falso.** porque $P(A) \neq P(B)$
- II) **Falso.** porque $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
- III) **Falso.** porque $P(A \cap B) \neq 0$

62. La alternativa correcta es D

$$P(R) = \frac{1}{\binom{4}{3}} = \frac{1}{4}$$

$$P(M) = \frac{1}{\binom{4}{3}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

63. La alternativa correcta es C

Sexo	Plan Diferenciado		
	Biólogo	Humanista	Matemático
Masculino	25	10	20
Femenino	25	35	5

- I) **Verdadero.** La probabilidad que sea mujer es de $\frac{65}{120}$, y la probabilidad de que elija el plan biólogo, dado que es mujer, es de $\frac{25}{65}$. Por lo tanto lo solicitado es $\frac{65}{120} \cdot \frac{25}{65} = \frac{25}{120}$.
- II) **Falso.** Hay 55 varones, en un total de 120 alumnos, $\frac{55}{120}$.
- III) **Verdadero.** Hay 45 alumnos que eligieron humanista, entonces $\frac{45}{120}$.

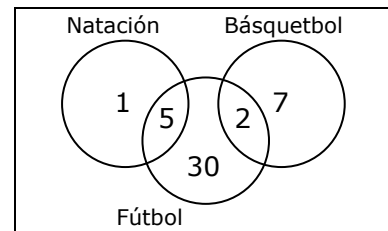
64. La alternativa correcta es D

$$\text{Futbol} = \frac{37}{45}$$

$$\text{Básquetbol} = \frac{9}{45}$$

$$\text{Futbol y Básquetbol} = \frac{2}{45}$$

$$\text{Futbol o Básquetbol} = \frac{37}{45} + \frac{9}{45} - \frac{2}{45}$$



65. La alternativa correcta es C

Sean:

b: el número de bolitas blancas
 n: el número de bolitas negras y
 a: el número de bolitas azules.

(1) **Insuficiente.**

$$n = 2b$$

(2) **Insuficiente**

$$b = \frac{1}{3}a$$

Juntas la probabilidad de n es $\frac{n}{n+b+a} = \frac{2b}{2b+b+3b} = \frac{2b}{6b} = \frac{1}{3}$

PREUNIVERSITARIO
 PEDRO DE VALDIVIA